ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ

ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΘΕΜΑΤΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ 2017

ΘΕΜΑ Α

Α1. Σχ. Βιβλίο σελ. 31

Α2. Σχ. Βιβλίο σελ. 14

Α3. Σχ. Βιβλίο σελ. 72

Α4. **α)** Σωστό, **β)** Λάθος, **γ)** Λάθος, **δ)** Σωστό, **ε)** Λάθος

ΘΕΜΑ Β

x_i	ν_i	$x_i \cdot \nu_i$	N_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 \cdot \nu_i$
1	2	2	2	-3	9	18
3	3	9	5	-1	1	3
5	4	20	9	1	1	4
9	1	9	10	5	25	25
Σύνολο	10	40				50

Β1. **α)** $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{4} x_i \cdot \nu_i}{\nu} = \dfrac{40}{10} = 4$

β) Το μέγεθος του δείγματος είναι $\nu = 10$ (άρτιος), άρα η διάμεσος είναι το ημιάθροισμα της 5ης και της 6ης παρατήρησης : $\delta = \dfrac{3+5}{2} = 4$.

γ) $s^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{4} (x_i - \bar{x})^2 \cdot \nu_i}{\nu} = \dfrac{50}{10} = 5$.

Β2. Για να είναι το δείγμα ομοιογενές θα πρέπει ο συντελεστής μεταβολής CV να μην ξεπερνά το 10%. Έτσι :

$CV = \dfrac{s}{|\bar{x}|} = \dfrac{\sqrt{5}}{4} \approx 0{,}56$ ή $CV \approx 56\% > 10\%$ άρα το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

ΘΕΜΑ Γ

$f(x)=x^2-x+1,\ A_f=\Re$.

Γ1. Για κάθε $x\in\Re$, $f'(x)=2x-1$

$f'(x)=0 \Leftrightarrow 2x-1=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$.

$f'(x)>0 \Leftrightarrow 2x-1>0 \Leftrightarrow x>\frac{1}{2}$

$f'(x)<0 \Leftrightarrow 2x-1<0 \Leftrightarrow x<\frac{1}{2}$

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
f	Γν. Φθίνουσα	Ο.Ε.	Γν. Αύξουσα

Η f παρουσιάζει (ολικό) ελάχιστο στο $x_0=\frac{1}{2}$, το $f\left(\frac{1}{2}\right)=\left(\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{2}+1 \Leftrightarrow f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{3}{4}$.

Γ2. Έστω (ε) η εφαπτομένη της C_f στο σημείο $A(2,f(2))$, τότε : $(\varepsilon): y=f'(2)\cdot x+\beta$,
$f'(2)=3$, άρα : $(\varepsilon): y=3x+\beta$. Όμως η (ε) διέρχεται από το $A(2,f(2))\rightarrow A(2,3)$,
άρα : $(\varepsilon): y=3x+\beta \overset{x=2,y=3}{\Rightarrow} 3=3\cdot 2+\beta \Leftrightarrow \beta=-3$. Τελικά : $(\varepsilon): y=3x-3$.

Γ3. $(\varepsilon): y=3x-3$

Για σημείο τομής της (ε) με τον x΄x : $y=0 \overset{(\varepsilon)}{\Leftrightarrow} 0=3x-3 \Leftrightarrow x=1$. Άρα : $B(1,0)$.
Για σημείο τομής της (ε) με τον y΄y : $y=3\cdot 0-3 \Leftrightarrow y=-3$. Άρα : $\Gamma(0,-3)$.

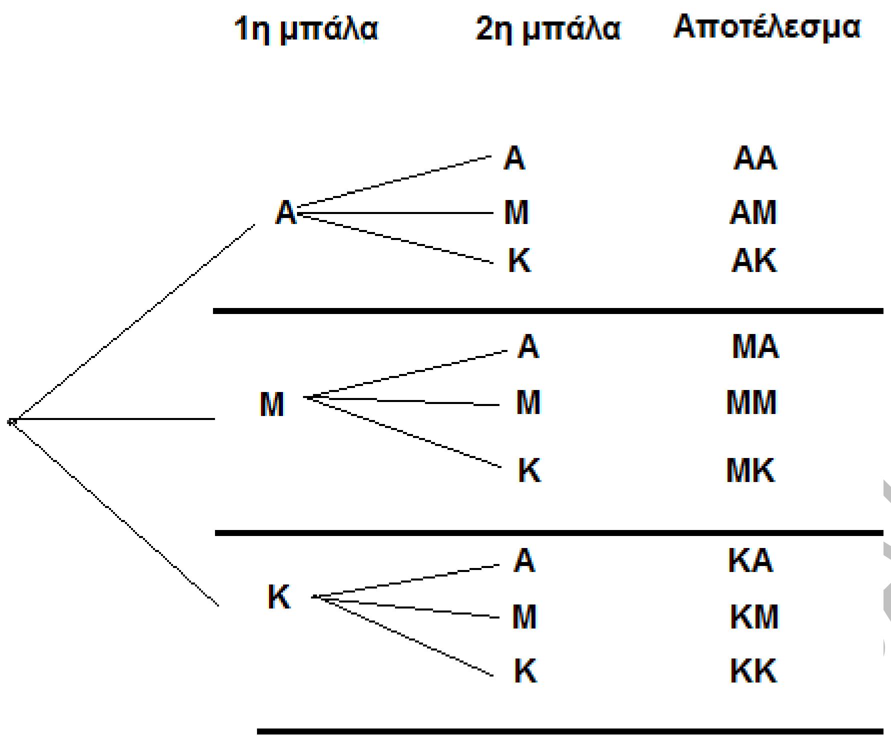
Γ4. $$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{f(x)}-1}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x^2-x+1}-1}{x-1}\overset{\frac{0}{0}}{=}\lim_{x\to 1}\frac{\left(\sqrt{x^2-x+1}-1\right)\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}{(x-1)\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}=$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x^2-x+1}^{\,2}-1^2}{(x-1)\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}=\lim_{x\to 1}\frac{x^2-x+1-1}{(x-1)\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}=\lim_{x\to 1}\frac{x^2-x}{(x-1)\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}=$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{x(x-1)}{(x-1)\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}==\lim_{x\to 1}\frac{x}{\sqrt{x^2-x+1}+1}=\frac{1}{2}.$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Το ζητούμενο δενδροδιάγραμμα είναι :



Ο δειγματικός χώρος Ω είναι : $\Omega = \{AA, AM, AK, MA, MM, MK, KA, KM, KK\}$.

Δ2. Τα ενδεχόμενα Α και Β είναι :

$A = \{AM, MM, KM\}$

$B = \{AM, AK, MA, MK, KA, KM\}$

Δ3. α) $A \cap B = \{AM, KM,\}$.

$P(A) = \dfrac{N(A)}{N(\Omega)} = \dfrac{3}{9} = \dfrac{1}{3}$, δηλαδή $P(A') = 1 - P(A) = 1 - \dfrac{1}{3} \Leftrightarrow P(A') = \dfrac{2}{3}$.

$P(A \cap B) = \dfrac{N(A \cap B)}{N(\Omega)} = \dfrac{2}{9}$

$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \dfrac{1}{3} - \dfrac{2}{9} = \dfrac{3}{9} - \dfrac{2}{9} = \dfrac{1}{9}$

$P(B) = \dfrac{N(B)}{N(\Omega)} = \dfrac{6}{9} = \dfrac{2}{3}$

$P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = \dfrac{2}{3} - \dfrac{2}{9} = \dfrac{6}{9} - \dfrac{2}{9} = \dfrac{4}{9}$

β) Το ενδεχόμενο Γ είναι ασυμβίβαστο και με το Α και με το Β, οπότε δεν περιέχει στοιχεία κανενός από τα Α,Β άρα ούτε και της ένωσης τους :
$A \cup B = \{AM, AK, MA, MM, MK, KA, KM\}$.

Έτσι οι πιθανές περιπτώσεις για το σύνολο Γ είναι : $\Gamma = \{AA\}$, $\Gamma = \{KK\}$, $\Gamma = \{AA, KK\}$.

Αν $\Gamma = \{AA\}$ τότε : $P(\Gamma) = \frac{N(\Gamma)}{N(\Omega)} = \frac{1}{9}$.

Αν $\Gamma = \{KK\}$ τότε : $P(\Gamma) = \frac{N(\Gamma)}{N(\Omega)} = \frac{1}{9}$.

Αν $\Gamma = \{AA, KK\}$ τότε : $P(\Gamma) = \frac{N(\Gamma)}{N(\Omega)} = \frac{2}{9}$.

Άρα η μέγιστη τιμή της πιθανότητας $P(\Gamma)$ είναι : $P(\Gamma) = \frac{2}{9}$.