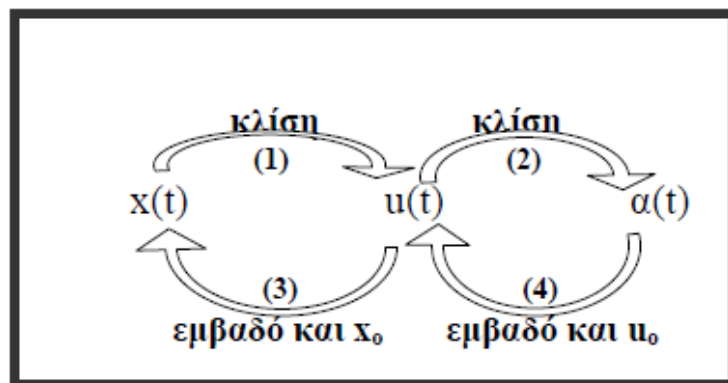
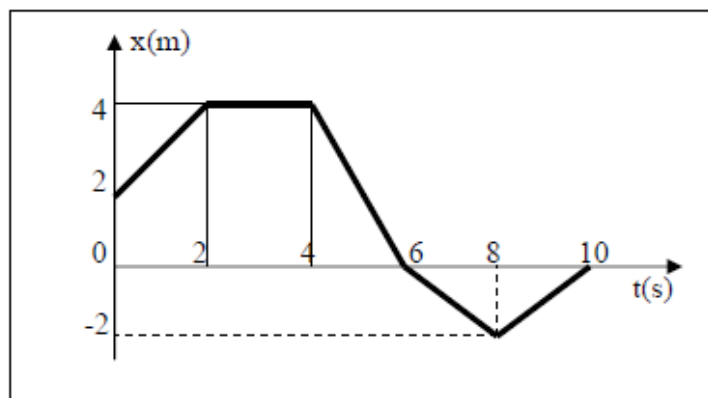


Διαγράμματα κίνησης
ή πώς κατασκευάζουμε ένα διάγραμμα όταν δίνεται κάποιο άλλο



(*Οι αριθμοί κάτω από τα βέλη αναφέρονται στις εφαρμογές που ακολουθούν)

1. Σε μια ευθύγραμμη κίνηση δίνεται το διάγραμμα θέσης-χρόνου. Να κατασκευάσετε το διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου.



Η κλίση (συντελεστής διεύθυνσης) της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της $x=f(t)$ σε ένα σημείο Σ , που αντιστοιχεί στη χρονική στιγμή t , ισούται αριθμητικά με την ταχύτητα του κινητού τη χρονική στιγμή t .

$0 \leq t < 2\text{s}$: κίνηση ευθύγραμμη ομαλή προς τα θετικά

$$u_1 = \frac{\Delta x_1}{\Delta t_1} = \frac{4 - 2}{2 - 0} = \frac{2}{2} = 1 \text{ m/s}$$

$2 \leq t < 4\text{s}$: ακινησία

$$u_2 = \frac{\Delta x_2}{\Delta t_2} = \frac{4 - 4}{4 - 2} = \frac{0}{2} = 0$$

$4 \leq t < 6\text{s}$: κίνηση ευθύγραμμη ομαλή προς τα αρνητικά

$$u_3 = \frac{\Delta x_3}{\Delta t_3} = \frac{0 - 4}{6 - 4} = \frac{-4}{2} = -2 \text{ m/s}$$

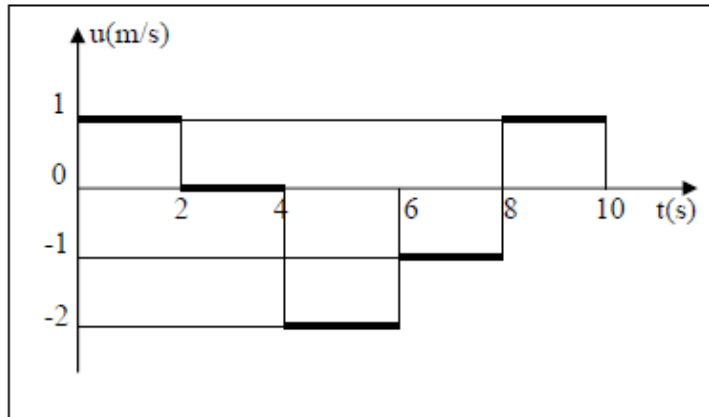
$6 \leq t < 8\text{s}$: κίνηση ευθύγραμμη ομαλή προς τα αρνητικά

$$u_4 = \frac{\Delta x_4}{\Delta t_4} = \frac{-2 - 0}{8 - 6} = \frac{-2}{2} = -1 \text{ m/s}$$

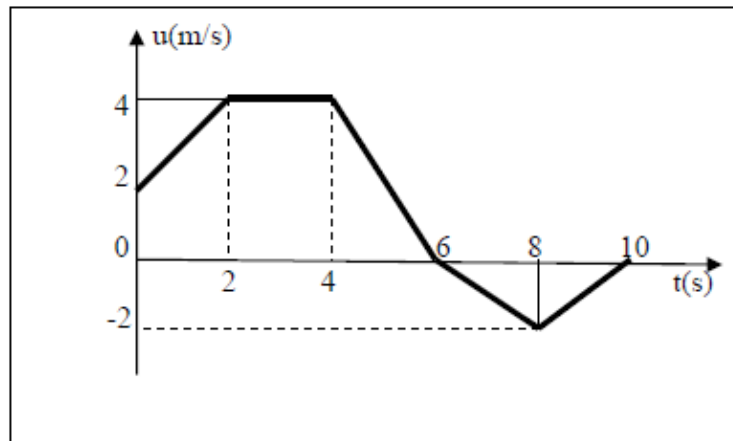
$8 \leq t \leq 10 \text{ s}$: κίνηση ευθύγραμμη ομαλή προς τα θετικά

$$u_5 = \frac{\Delta x_5}{\Delta t_5} = \frac{0 - (-2)}{10 - 8} = \frac{2}{2} = 1 \text{ m/s}$$

Άρα το διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου είναι το παρακάτω:



2. Σε μια ευθύγραμμη κίνηση δίνεται το διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου. Να κατασκευάσετε το διάγραμμα επιτάχυνσης-χρόνου.



Η κλίση (συντελεστής διεύθυνσης) της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της $u=f(t)$ σε ένα σημείο Σ , που αντιστοιχεί στη χρονική στιγμή t , ισούται αριθμητικά με την επιτάχυνση του κινητού τη χρονική στιγμή t .

Επίσης, στο διάγραμμα $u-t$, η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας δείχνει την φορά κίνησης (εάν $u > 0$, η κίνηση είναι προς τη θετική φορά, ενώ εάν $u < 0$, η κίνηση είναι προς την αρνητική φορά), ενώ το μέτρο της ταχύτητας δείχνει το είδος της κίνησης (εάν το μέτρο της u αυξάνεται η κίνηση είναι επιταχυνόμενη, ενώ εάν το μέτρο της ελαττώνεται η κίνηση είναι επιβραδυνόμενη).

$0 \leq t < 2 \text{ s}$: ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη ($|u| \uparrow$) κίνηση κατά τη θετική φορά ($u > 0$)

$$a_1 = \frac{\Delta u_1}{\Delta t_1} = \frac{4 - 2}{2 - 0} = \frac{2}{2} = 1 \text{ m/s}^2$$

$2 \leq t < 4 \text{ s}$: ευθύγραμμη ομαλή κίνηση

$$a_2 = \frac{\Delta u_2}{\Delta t_2} = \frac{4 - 4}{4 - 2} = \frac{0}{2} = 0 \text{ m/s}^2$$

$4 \leq t < 6 \text{ s}$: ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη ($|u| \downarrow$) κίνηση κατά τη θετική φορά ($u > 0$)

$$a_3 = \frac{\Delta u_3}{\Delta t_3} = \frac{0 - 4}{6 - 4} = \frac{-4}{2} = -2 \text{ m/s}^2$$

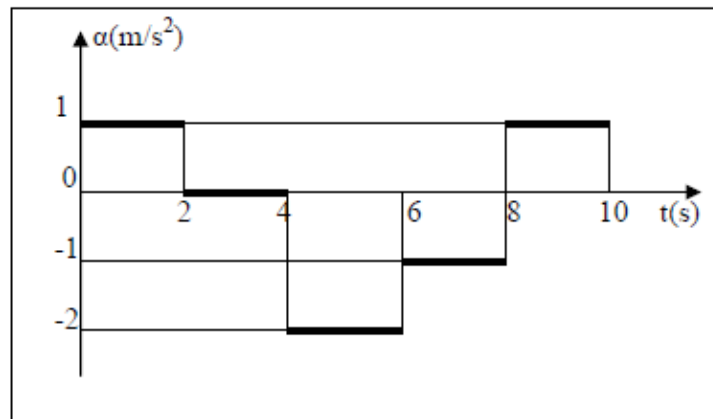
$6 \leq t < 8 \text{ s}$: ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη ($|u| \uparrow$) κίνηση κατά τη αρνητική φορά ($u < 0$)

$$a_1 = \frac{\Delta u_1}{\Delta t_1} = \frac{-2 - 0}{8 - 6} = \frac{-2}{2} = -1 \text{ m/s}^2$$

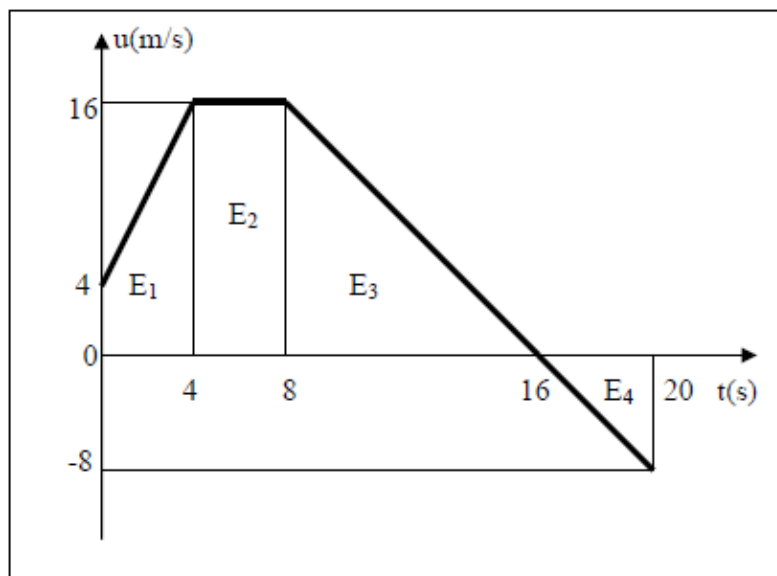
$8 \leq t \leq 10 \text{ s}$: ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη ($|u| \downarrow$) κίνηση κατά τη αρνητική φορά ($u < 0$)

$$a_5 = \frac{\Delta u_5}{\Delta t_5} = \frac{0 - (-2)}{10 - 8} = \frac{2}{2} = 1 \text{ m/s}^2$$

Άρα το διάγραμμα επιτάχυνσης-χρόνου είναι το παρακάτω:



3. Σε μία ευθύγραμμη κίνηση δίνεται το διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου. Να κατασκευάσετε το διάγραμμα θέσης-χρόνου ($x=f(t)$) αν δίνεται ότι για $t_0=0$ είναι $x_0=40\text{m}$. Επίσης να κατασκευάσετε το διάγραμμα διαστήματος-χρόνου ($s=f(t)$).



Το εμβαδό που περιλαμβάνεται μεταξύ της γραφικής παράστασης $u=f(t)$ και του άξονα t , με όρια τις χρονικές στιγμές t_1 και t_2 , ισούται αριθμητικά με τη μετατόπιση του κινητού στο αντίστοιχο χρονικό διάστημα $\Delta t=t_2-t_1$.

Γι' αυτό για να κάνουμε το διάγραμμα θέσης-χρόνου πρέπει να ξέρουμε την αρχική θέση του κινητού, δηλαδή τη θέση x_0 για $t_0=0$.

$0 \leq t < 4s$: ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη ($|u| \uparrow$) κίνηση κατά τη θετική φορά ($u > 0$)

$$\Delta x_1 = E_1 = \frac{(4+16) \cdot 4}{2} = 40m$$

$4 \leq t < 8s$: ευθύγραμμη ομαλή κίνηση

$$\Delta x_2 = E_2 = 16(8-4) = 64m$$

$8 \leq t < 16s$: ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη ($|u| \downarrow$) κίνηση κατά τη θετική φορά ($u > 0$)

$$\Delta x_3 = E_3 = \frac{16 \cdot (16-8)}{2} = 64m$$

$16 \leq t \leq 20s$: ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη ($|u| \uparrow$) κίνηση κατά τη αρνητική φορά ($u < 0$)

$$\Delta x_4 = E_4 = \frac{(-8) \cdot (20-16)}{2} = -16m$$

Η τελική τιμή της θέσης x υπολογίζεται από τη σχέση: $\Delta x = x - x_0 \Rightarrow x = x_0 + \Delta x$.

Η παραπάνω σχέση διαμορφώνεται ως εξής:

Για $t_0=0s$: $x_0=40m$

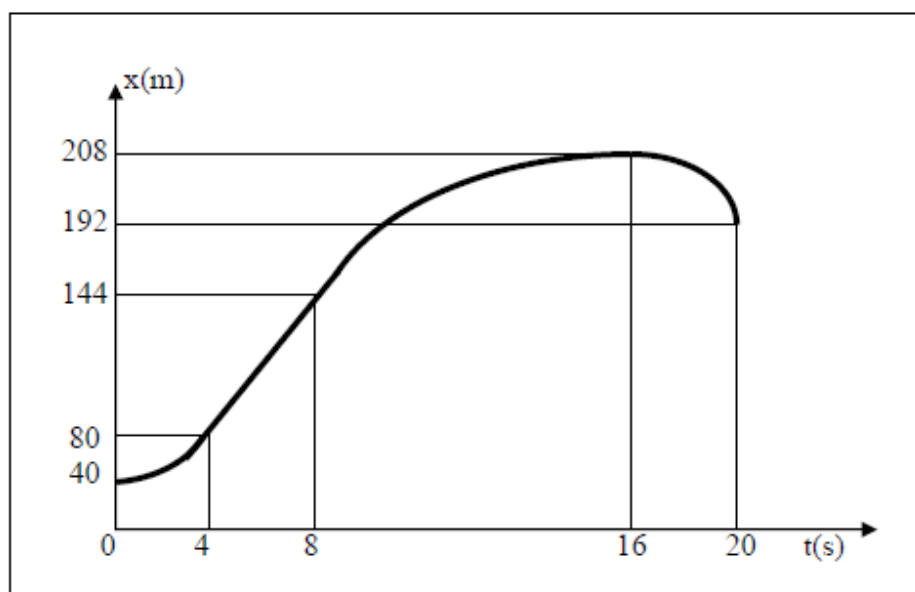
Για $t_1=4s$: $x_1=x_0+\Delta x_1=40+40=80m$

Για $t_2=8s$: $x_2=x_1+\Delta x_2=80+64=144m$

Για $t_3=16s$: $x_3=x_2+\Delta x_3=144+64=208m$

Για $t_4=20s$: $x_4=x_3+\Delta x_4=208+(-16)=192m$

Άρα το διάγραμμα θέσης-χρόνου είναι το παρακάτω:



Από 0-4s η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη και άρα η $x=f(t)$ θα είναι παραβολή με τα κοίλα προς τα πάνω, από 4-8s η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή και άρα η $x=f(t)$ θα είναι

ευθεία, από 8-16s η κίνηση ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη και άρα η $x=f(t)$ θα είναι παραβολή με τα κοίλα προς τα κάτω, ενώ από 16-20s η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη αλλά κατά την αρνητική φορά οπότε η $x=f(t)$ είναι παραβολή με τα κοίλα προς τα κάτω.

Το διάστημα είναι μονόμετρο μέγεθος και δείχνει πόσο «περπάτησε» το κινητό, γι' αυτό πάντα αυξάνεται. Έτσι έχουμε:

Για $t_0=0s$: $s_0=0m$ (το σώμα δεν έχει μετακινηθεί καθόλου)

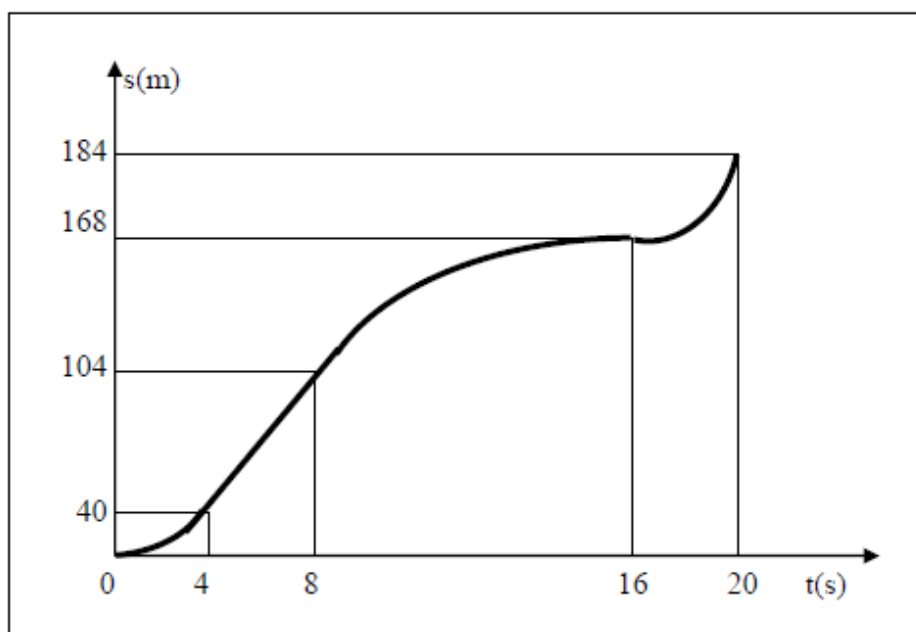
Για $t_1=4s$: $s_1=\Delta x_1=40m$

Για $t_2=8s$: $s_2=s_1+\Delta x_2=40+64=104m$

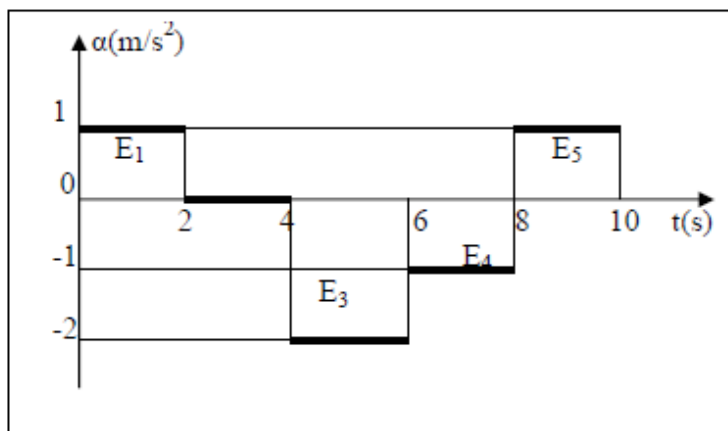
Για $t_3=16s$: $s_3= s_2+\Delta x_3=104+64=168m$

Για $t_4=20s$: $s_4=s_3+|\Delta x_4|=168+|-16|=168+16=184m$

Άρα το διάγραμμα απόστασης-χρόνου είναι το παρακάτω:



4. Σε μια ευθύγραμμη κίνηση δίνεται το διάγραμμα επιτάχυνσης-χρόνου. Να κατασκευάσετε το διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου, αν δίνεται ότι για $t_0=0$ είναι $u_0=3m/s$.



Το εμβαδό που περιλαμβάνεται μεταξύ της γραφικής παράστασης $a=f(t)$ και του άξονα t , με όρι τις χρονικές στιγμές t_1 και t_2 ισούται αριθμητικά με τη μεταβολή της ταχύτητας στο χρονικό διάστημα $\Delta t=t_2-t_1$.

Γι' αυτό, για να κάνουμε το διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου($u=f(t)$) πρέπει να ξέρουμε τη αρχική ταχύτητα του κινητού, δηλαδή την ταχύτητα u_0 για $t_0=0$.

$$0 \leq t < 2s: E_1 = \Delta u_1 = 1 \cdot 2 = 2m/s$$

$$2 \leq t < 4s: E_2 = \Delta u_2 = 0 \text{ (ταχύτητα σταθερή)}$$

$$4 \leq t < 6s: E_3 = \Delta u_3 = (-2) \cdot 2 = -4m/s$$

$$6 \leq t < 8s: E_4 = \Delta u_4 = (-1) \cdot 2 = -2m/s$$

$$8 \leq t \leq 10s: E_5 = \Delta u_5 = 1 \cdot 2 = 2m/s$$

Η τελική τιμή της ταχύτητας υπολογίζεται από τη σχέση: $\Delta u = u - u_0 \Rightarrow u = u_0 + \Delta u$.

Η παραπάνω σχέση διαμορφώνεται ως εξής:

$$\text{Για } t_0=0s: u_0 = 3m/s$$

$$\text{Για } t_1=2s: u_1 = u_0 + \Delta u_1 = 3 + 2 = 5m/s$$

$$\text{Για } t_2=4s: u_2 = u_1 + \Delta u_2 = 5 + 0 = 5m/s$$

$$\text{Για } t_3=6s: u_3 = u_2 + \Delta u_3 = 5 + (-4) = 1m/s$$

$$\text{Για } t_4=8s: u_4 = u_3 + \Delta u_4 = 1 + (-2) = -1m/s$$

$$\text{Για } t_5=10s: u_5 = u_4 + \Delta u_5 = (-1) + 2 = 1m/s$$

Άρα, το διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου είναι το παρακάτω:

